

Jaime Martínez Montero. [jmartinez1949@gmail.com](mailto:jmartinez1949@gmail.com)

# ALGORITMOS Abiertos Basados en Números.

## LOS PROBLEMAS DE DOS OPERACIONES.

Tipos y secuenciación a lo largo  
de la Educación Primaria.

# LAS DIFICULTADES DE LOS PROBLEMAS DE DOS O MÁS OPERACIONES.

- Se deben saber resolver los P1E (Problemas de una etapa o de una operación) que forman el P2E.
- Aumenta el número de datos respecto a los que han manejado hasta ahora.
- Hay que elegir datos de entre los que se ofrecen, y dejar los demás para posteriores operaciones.
- Hay que producir datos nuevos, que se deben engarzar con los que habían quedado sin utilizar.
- Hay que elegir, en definitiva, el orden de entrada de los datos y el orden de sucesión de las operaciones.

# ¿Cuándo sabe un alumno resolver un problema de dos o más operaciones?

- Debe saber resolver los dos P1E que componen el problema.
- Debe saber integrar las dos situaciones que componen el P2E en una sola y con significado propio. De lo contrario, no entenderá el problema.
- Debe saber analizar y separar los dos P1E. Si no lo sabe hacer, no será capaz de establecer el orden en que debe acometer las operaciones.
- Debe saber entender la naturaleza de la incógnita oculta, que es lo que define el grado de dificultad del problema.

Debe saber integrar las dos situaciones en una sola, con sentido propio y distinto.

Haz un único problema con los dos siguientes:

Andrés tiene 105 €. Su padre le da 15 € más. ¿Cuánto dinero reúne?

Andrés tiene 130€. Con ese dinero se compra el uniforme de su equipo, que le cuesta 110 €. ¿Cuánto dinero le sobra?

Andrés tiene 105 €. Su padre le da 15 € más. Con ese dinero se compra el uniforme de su equipo, que le cuesta 110 €. ¿Cuánto dinero le sobra?

Debe saber separar los dos P1E, para poder establecer el orden en que tiene que afrontar las operaciones.

Haz dos problemas diferentes a partir del que sigue:

Mi padre me da 3 €. Mi tía me da 5 €. La entrada del cine me cuesta 4 €. ¿Cuánto dinero me sobra?

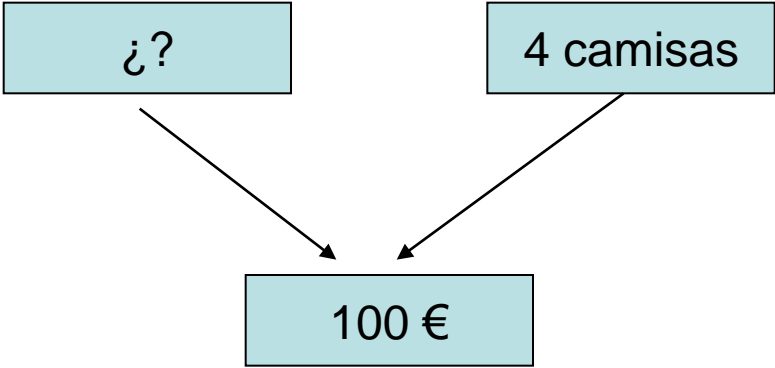
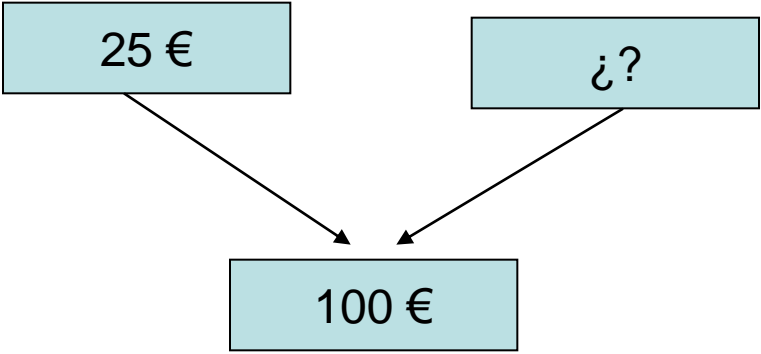
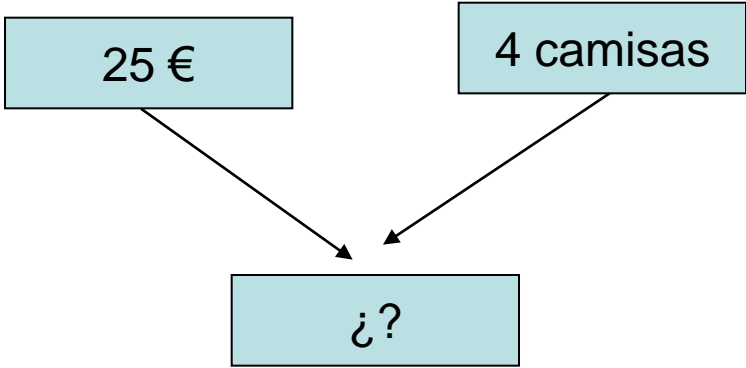
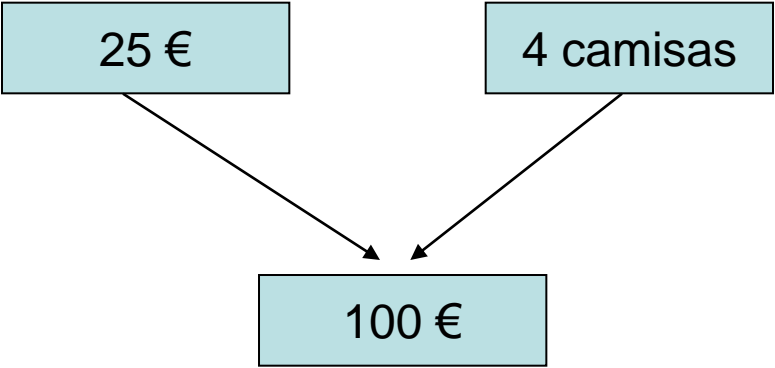
Mi padre me da 3 €. Mi tía me da 5 €. ¿Cuánto dinero reúno?

He juntado 8 €. La entrada del cine me cuesta 4 €  
¿Cuánto dinero me sobra?

# ¡ATENCIÓN! LA INCÓGNITA OCULTA

- La dificultad de un problema de dos operaciones depende en gran medida de cómo se relacione el dato que es la solución del primer problema con el segundo problema.
- Sólo hay cuatro posibilidades o categorías:
  1. Jerárquica.
  2. Compartir el todo.
  3. Compartir la parte.
  4. Doble inclusión.

# ESTRUCTURA DE UN PROBLEMA DE UNA OPERACIÓN

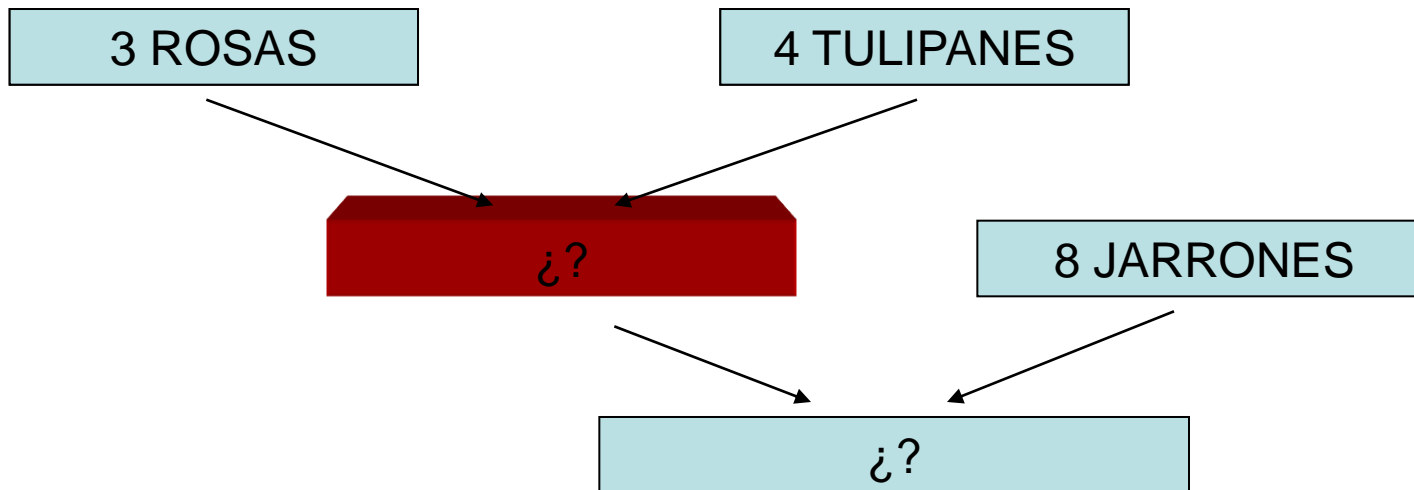


# ESTRUCTURA JERÁRQUICA

MODELO REPRESENTATIVO Y  
VARIANTES.



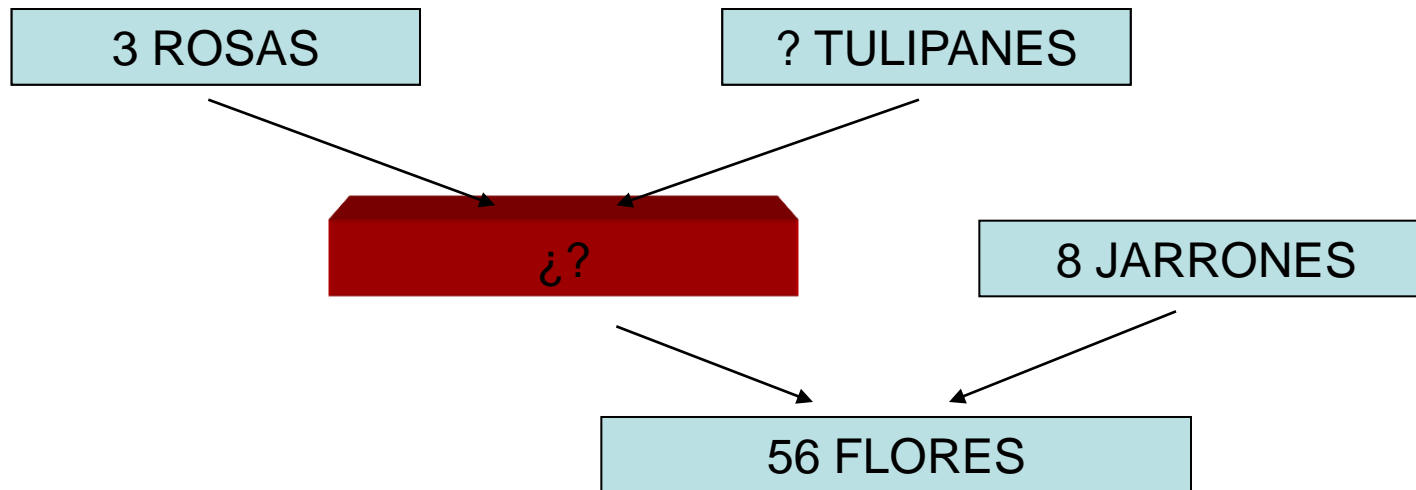
En un jarrón se ponen 3 rosas y 4 tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. ¿Cuántas flores se necesitan?



**ESTRUCTURA JERÁRQUICA:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 \times 8 = 56$ .

**ESTRUCTURA REAL:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 \times 8 = 56$ .

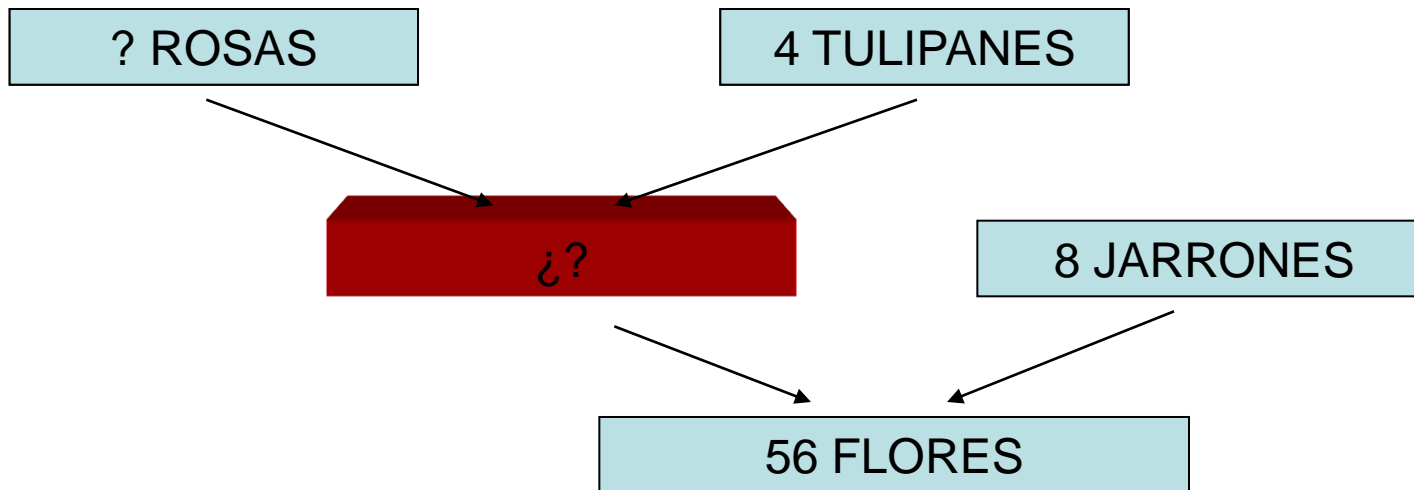
En un jarrón se ponen 3 rosas y tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántos tulipanes se necesitan?



Estructura jerárquica:  $3 + 4 = 7$  ;  $7 \times 8 = 56$ .

Estructura real:  $56 : 8 = 7$  ;  $7 - 3 = 4$

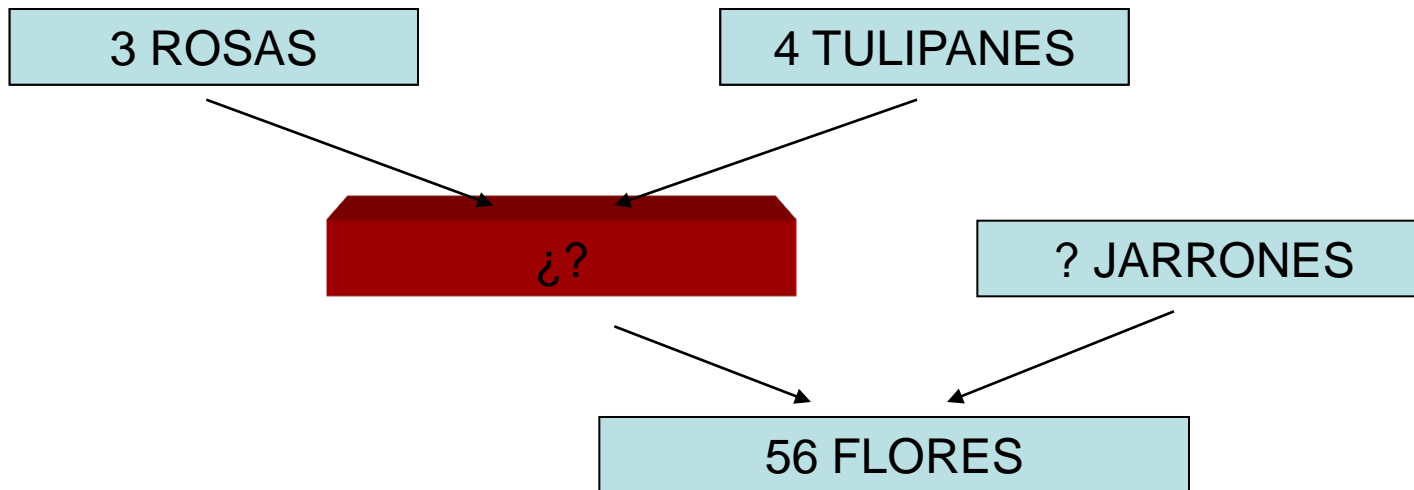
En un jarrón se ponen rosas y 4 tulipanes. En total se llenan 8 jarrones. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántas rosas se necesitan?



Estructura jerárquica:  $3 + 4 = 7$  ;  $7 \times 8 = 56$ .

Estructura real:  $56 : 8 = 7$  ;  $7 - 4 = 3$ .

En un jarrón se ponen 3 rosas y 4 tulipanes. Si se utilizan 56 flores, ¿cuántos jarrones se necesitan?



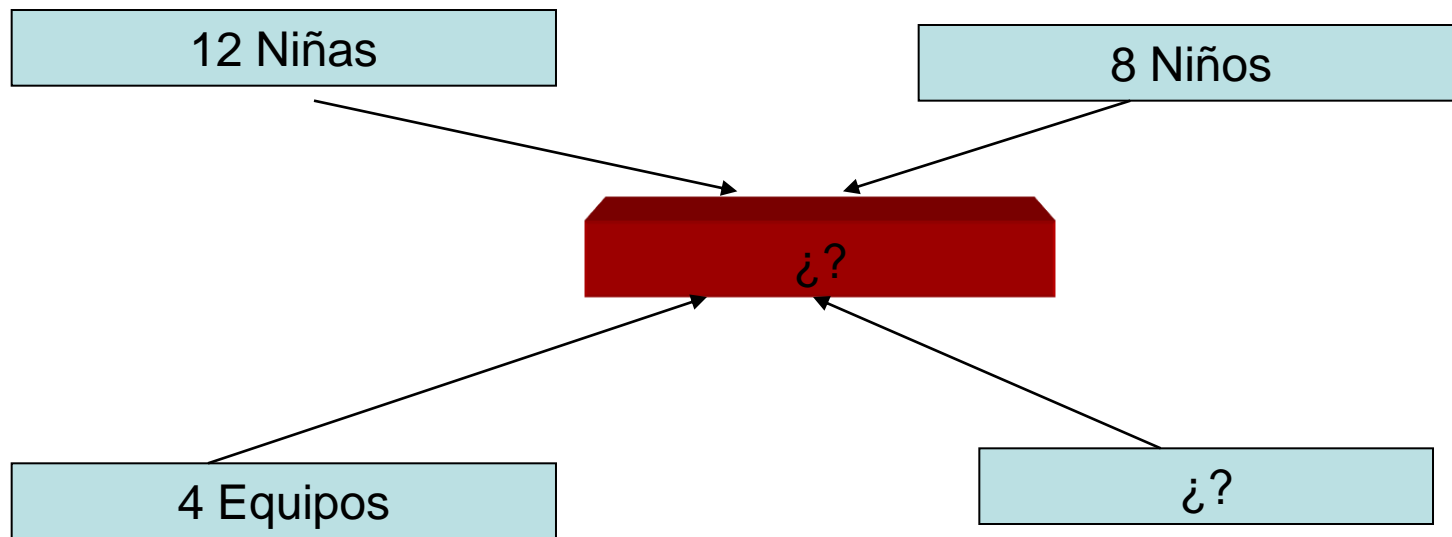
Estructura jerárquica:  $3 + 4 = 7$  ;  $7 \times 8 = 56$ .

Estructura real:  $4 + 3 = 7$  ;  $56 : 7 = 8$ .

# ESTRUCTURA DE COMPARTIR EL TODO

MODELO REPRESENTATIVO Y  
VARIANTES.

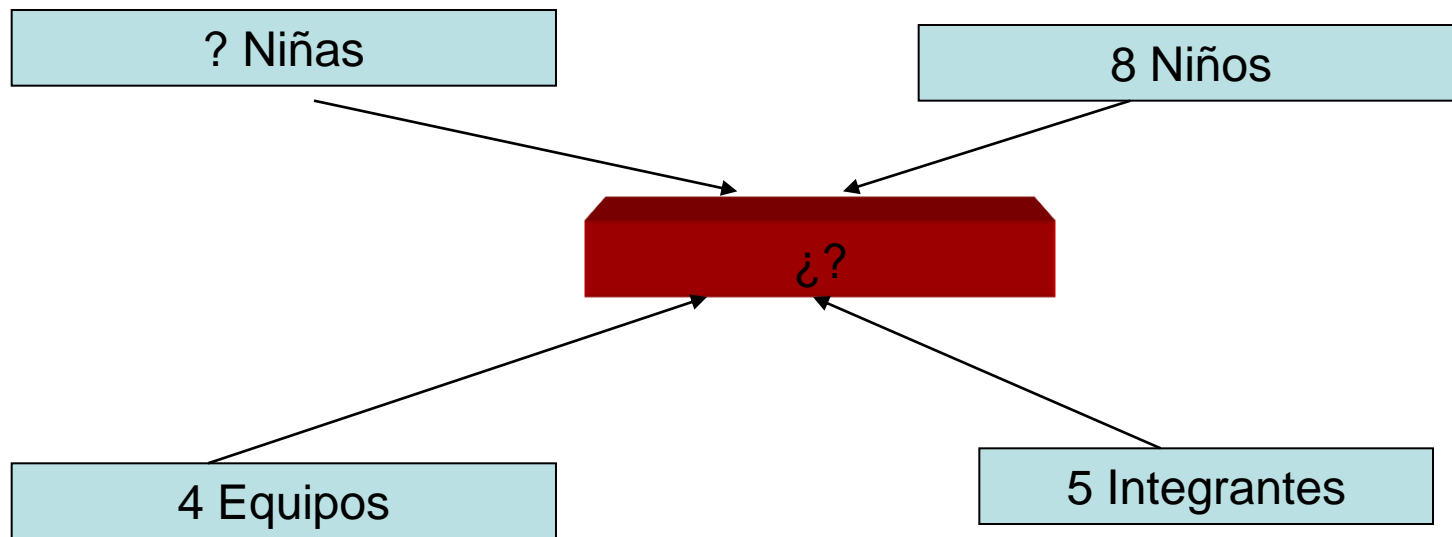
En mi aula somos 12 niñas y 8 niños. Formamos 4 equipos, que tienen todos el mismo número de integrantes. ¿Cuántos alumnos hay en cada equipo?



Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ .  $5 \times 4 = 20$ .

Estructura real:  $12 + 8 = 20$ .  $20 : 4 = 5$ .

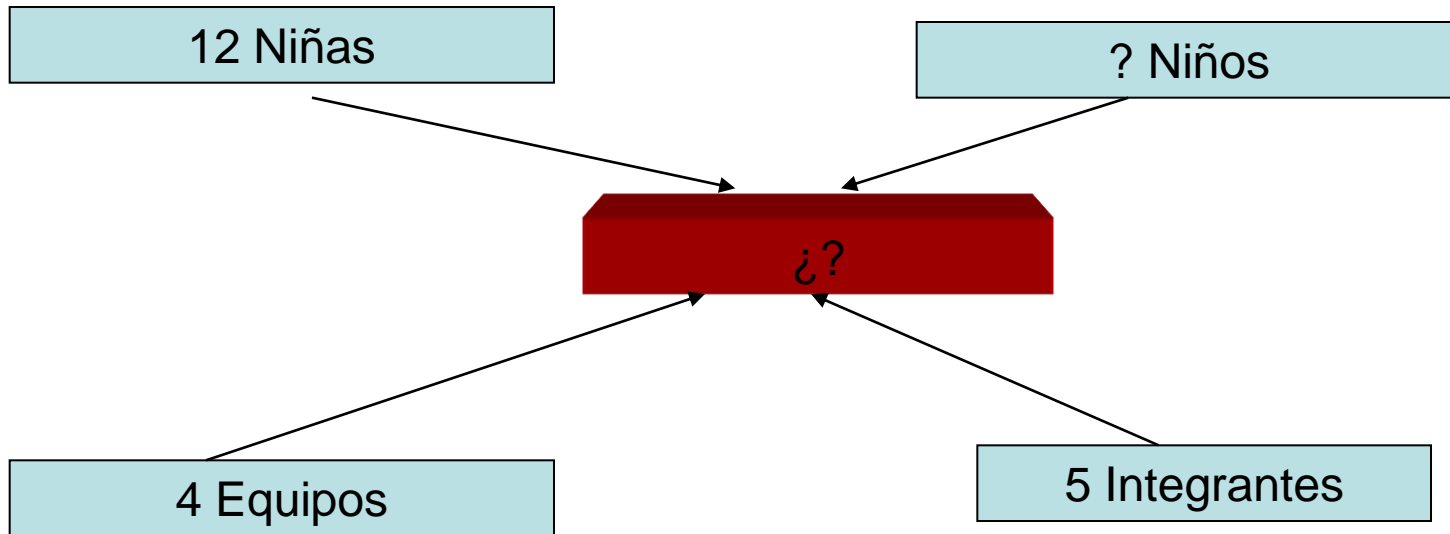
**En mi aula somos 8 niños y varias niñas. Formamos 4 equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántas niñas hay en mi aula?**



**Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ .  $5 \times 4 = 20$ .**

**Estructura real:  $5 \times 4 = 20$ ;  $20 - 12 = 8$**

**En mi aula somos 12 niñas y varios niños. Formamos 4 equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántas niños hay en mi aula?**

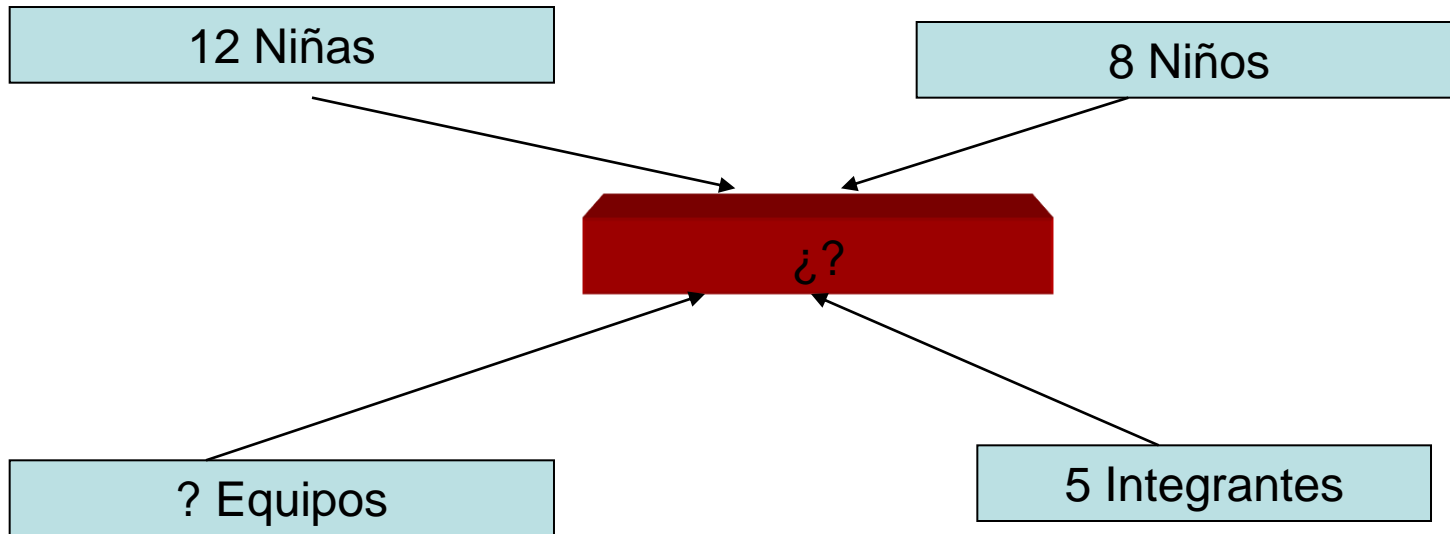


**Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ .  $5 \times 4 = 20$ .**

**Estructura real:  $5 \times 4 = 20$ ;  $20 - 8 = 12$ .**



**En mi aula somos 12 niñas y 8 niños. Formamos equipos, que tienen todos 5 integrantes. ¿Cuántos equipos formamos?**



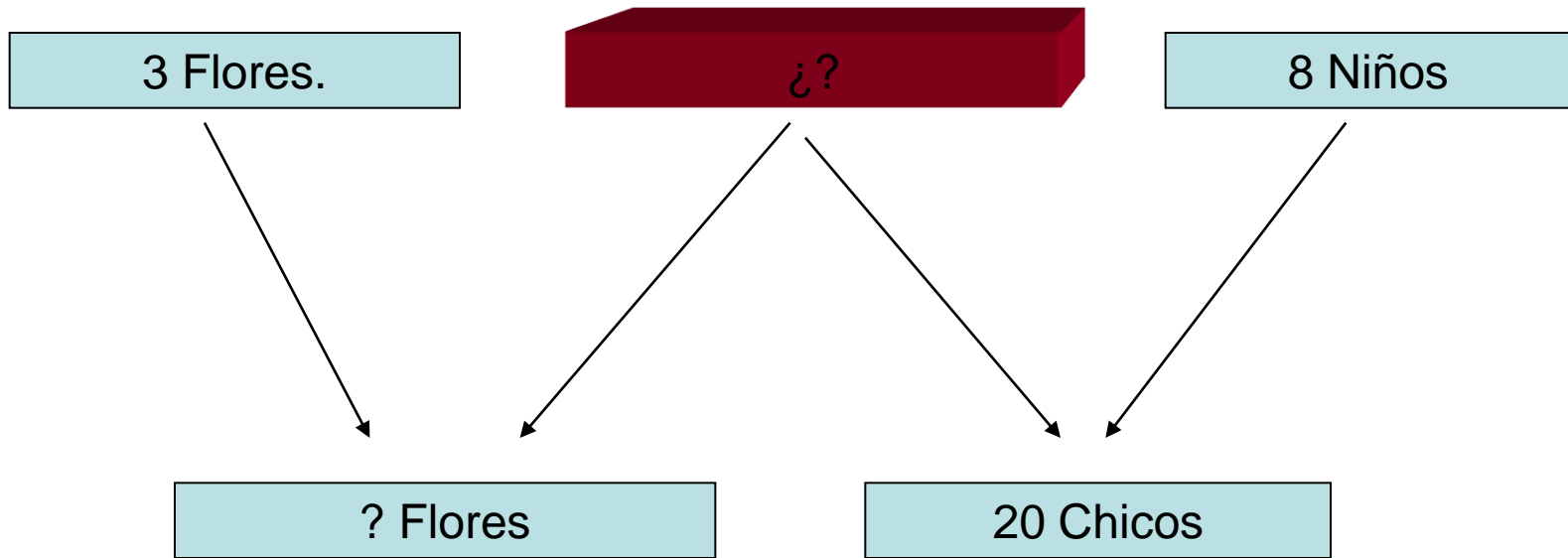
**Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ .  $5 \times 4 = 20$ .**

**Estructura real:  $12 + 8 = 20$ ;  $20 : 5 = 4$ .**

# ESTRUCTURA DE COMPARTIR LA PARTE

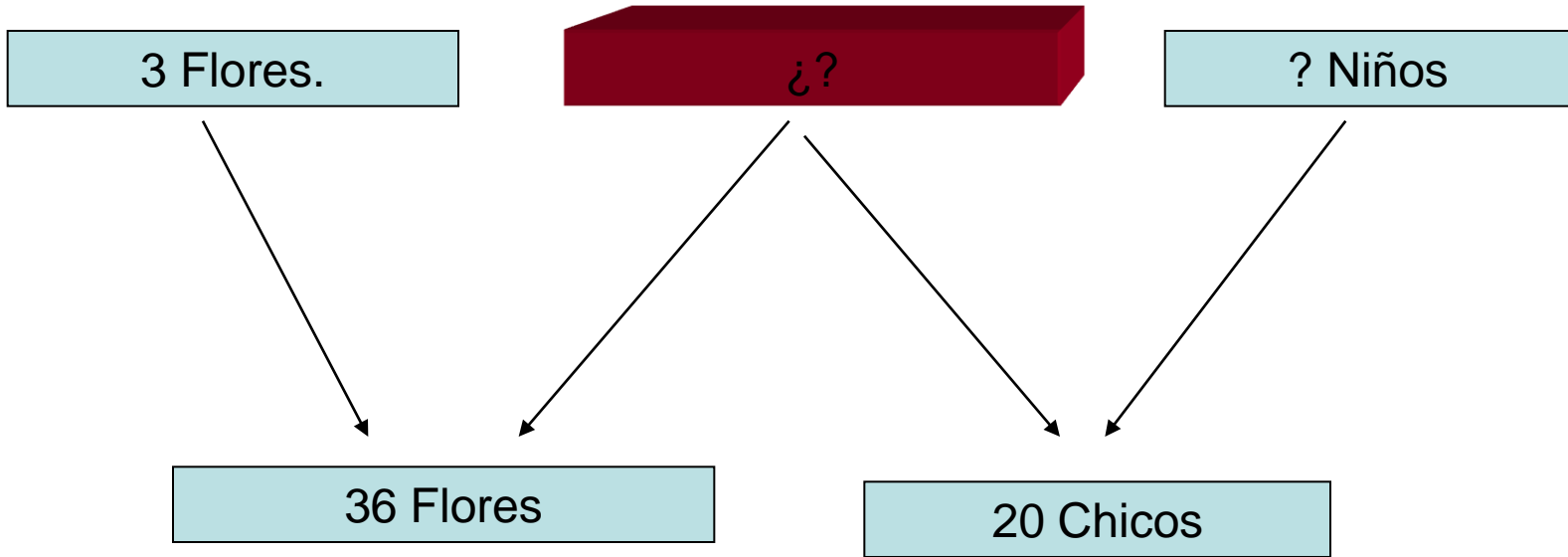
MODELO REPRESENTATIVO Y  
VARIANTES.

A un cumpleaños asisten 20 chicos. De ellos, 8 eran niños y las demás niñas. A cada una de ellas les reparten 3 flores. ¿Cuántas flores han repartido?



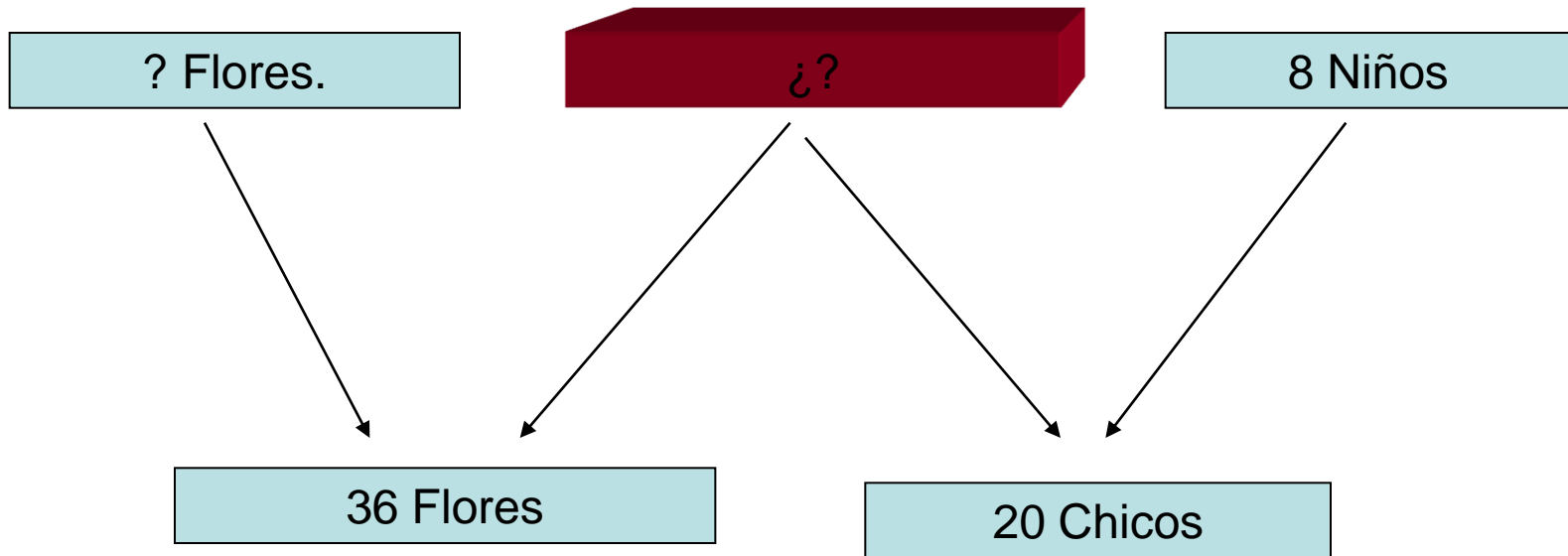
Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ ;  $12 \times 3 = 36$ .  
Estructura real:  $20 - 8 = 12$ ;  $12 \times 3 = 36$ .

A un cumpleaños asisten 20 chicos y chicas. A cada una de las chicas le dan 3 flores. Si han entregado 36 flores, ¿Cuántos niños fueron a la fiesta?



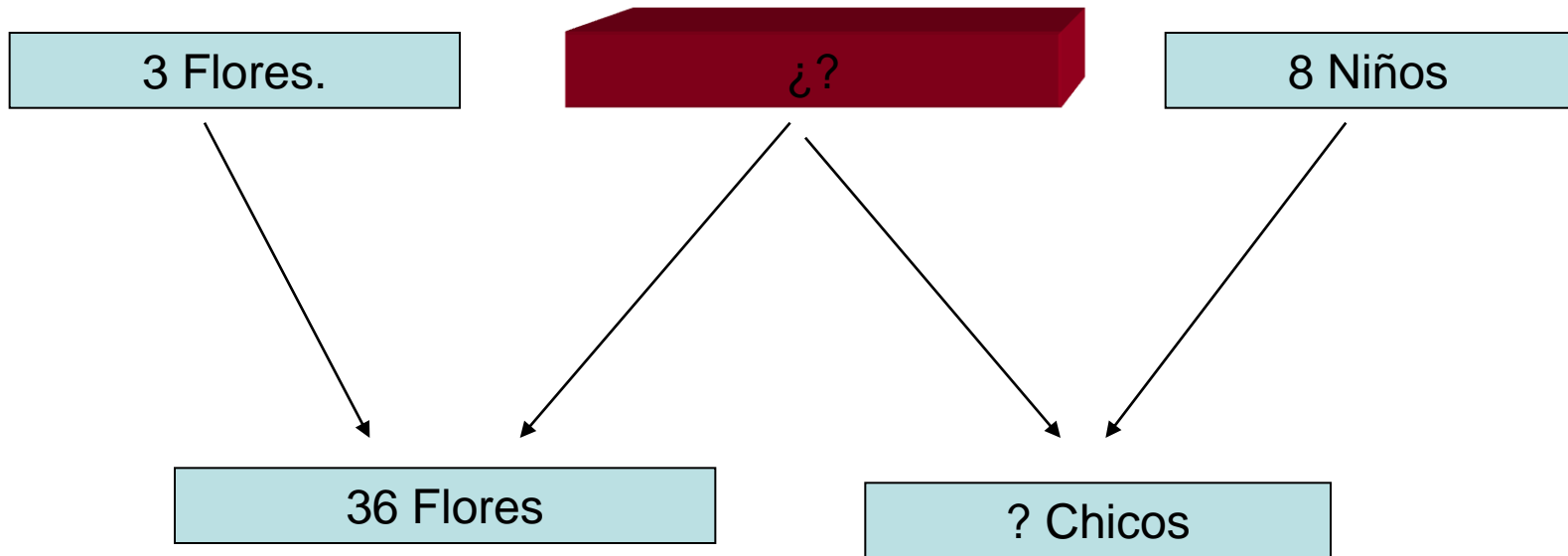
Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ ;  $12 \times 3 = 36$ .  
Estructura real:  $36 : 3 = 12$ ;  $20 - 12 = 8$ .

A un cumpleaños asisten 20 chicos, 8 niños y varias niñas. A las niñas les han repartido 36 flores, ¿Cuántas flores les dieron a cada niña?



Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ ;  $12 \times 3 = 36$ .  
Estructura real:  $20 - 8 = 12$ ;  $36 : 12 = 3$ .

A un cumpleaños asisten 8 niños y varias niñas. A las niñas les han repartido 36 flores, dándole a cada una 3. ¿Cuántos chicos – niños y niñas- asistieron a la fiesta?



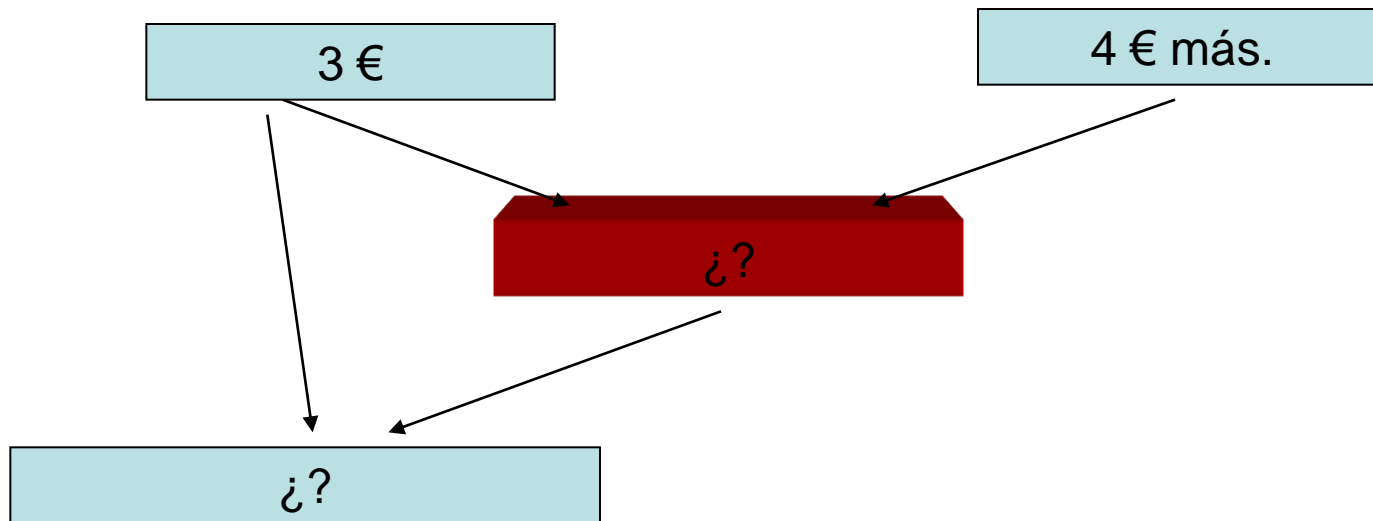
Estructura compartida:  $12 + 8 = 20$ ;  $12 \times 3 = 36$ .

Estructura real:  $36 : 3 = 12$ ;  $12 + 8 = 20$ .

# ESTRUCTURA DE DOBLE INCLUSIÓN

MODELO REPRESENTATIVO Y  
VARIANTES.

Rebeca tiene 3 €. Ruth tiene 4 € más que ella.  
¿Cuántos € tienen entre los dos?

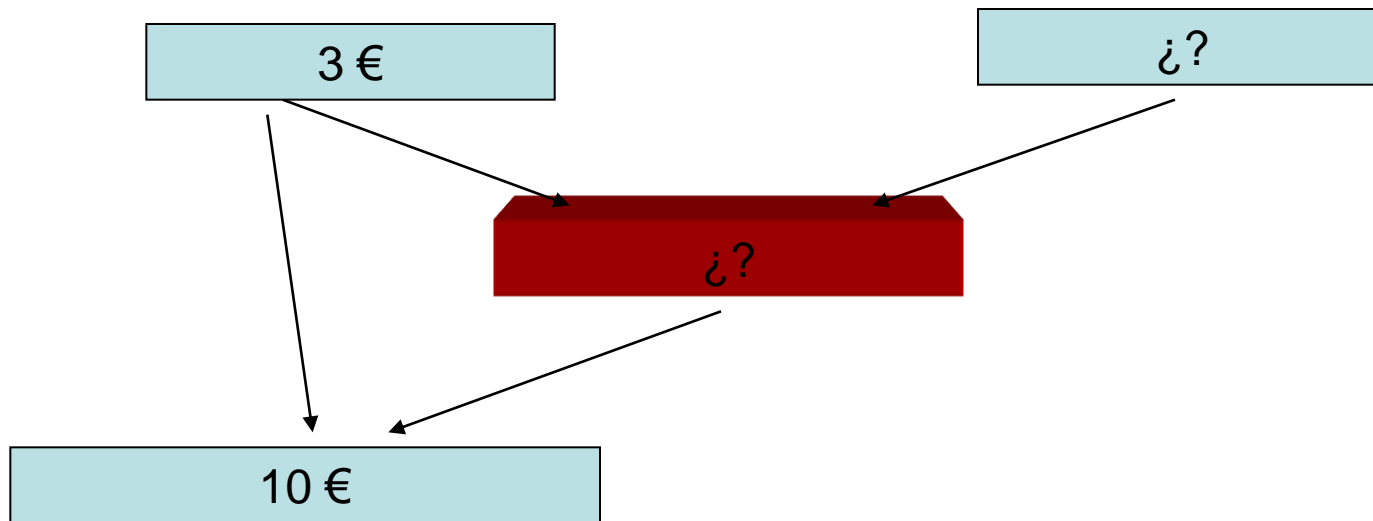


**ESTRUCTURA DE DOBLE INCLUSIÓN:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 + 3 = 10$ .

**ESTRUCTURA REAL:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 + 3 = 10$ .



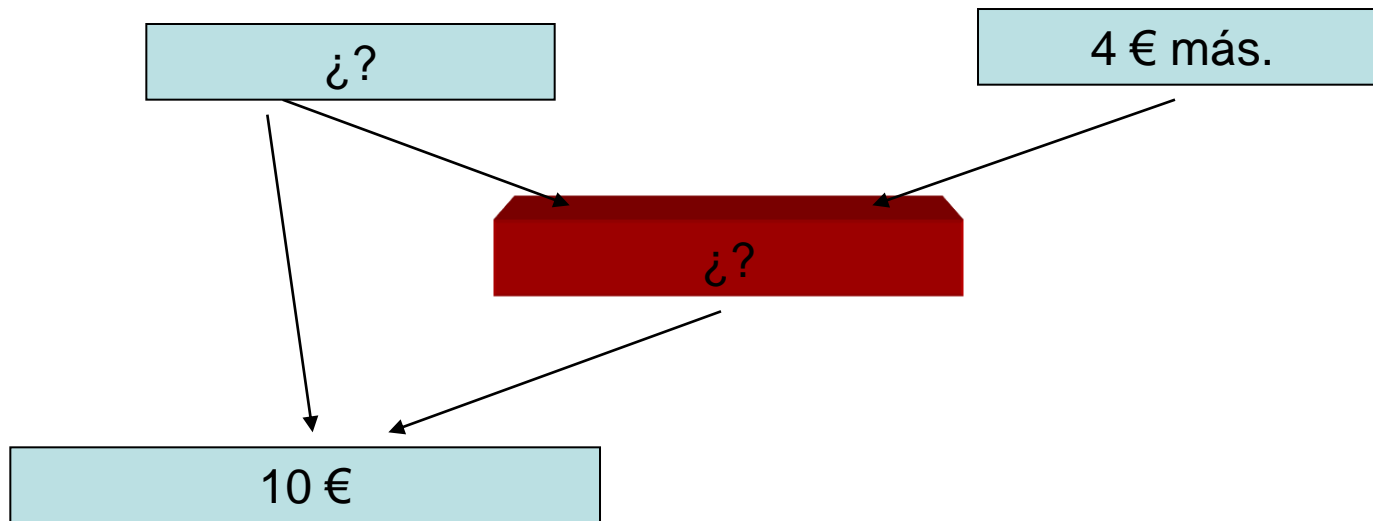
Rebeca tiene 3 €. Entre ella y Ruth tienen 10.  
¿Cuántos euros más que Rebeca tiene Ruth?



**ESTRUCTURA DE DOBLE INCLUSIÓN:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 + 3 = 10$ .

**ESTRUCTURA REAL:**  $10 - 3 = 7$ ;  $7 - 3 = 4$ ..

Ruth tiene 4 euros más que Rebeca. Entre las dos reúnen 10 Euros. ¿Cuánto dinero tiene Rebeca?



**ESTRUCTURA DE DOBLE INCLUSIÓN:**  $3 + 4 = 7$  ;  $7 + 3 = 10$ .

**ESTRUCTURA REAL:**  $10 - 4 = 6$ ;  $6 : 2 = 3$ .

# LA CONSTRUCCIÓN DE PROBLEMAS DE DOS ETAPAS.

EJEMPLOS Y MODELOS.

# TEXTO CLÁSICO DE PROBLEMA DE DOS ETAPAS.

Una Comunidad de Vecinos paga al año 6 recibos de la luz de 200 € cada uno. En esa Comunidad viven 15 vecinos.  
¿Cuánto le corresponde pagar a cada uno de ellos al año?

# Pasos a seguir:

1. Averiguar la pregunta oculta.
2. Descomponer el problema en dos PAEVs de una etapa.
3. Formular ambos PAEVs en su estructura canónica.
4. Establecer la Categoría Semántica a la que pertenece.
5. Formular los cuatro problemas distintos posibles.

# PASO 1: AVERIGUAR LA PREGUNTA OCULTA.

La pregunta oculta es :

¿Cuánto dinero en total al año paga la Comunidad por los recibos de la luz?

## PASO 2: DESCOMPONER EL PROBLEMA EN DOS PAEVs DE UNA ETAPA.

1. Una Comunidad de Vecinos paga al año 6 recibos de la luz de 200 € cada uno.  
¿Cuánto dinero en total al año paga la Comunidad por los recibos de la luz?
2. Una Comunidad de vecinos paga 1200 € de luz al año. En ella viven 15 vecinos.  
¿Cuánto le corresponde pagar a cada uno?

## PASO 3:

Representar ambos PAEVs en su estructura canónica.



6 Recibos de la luz

A 200 € cada uno.

1200 €

PROBLEMA N° 1. Una Comunidad de vecinos paga al año 6 recibos de la luz por un importe de 200 € cada uno. ¿Cuánto se gastan al año en luz?

15 vecinos

A 80 € cada uno.

1200 €

PROBLEMA N° 2. En una Comunidad de vecinos cada uno de ellos paga al año 80 €. Si hay 15 vecinos, ¿cuánto pagan entre todos?

## PASO 4: Establecer la Categoría Semántica a la que pertenece.

- Estructura multiplicativa nº 1.:  
 $-6 \times 200 = 1200$
- Estructura multiplicativa nº 2.  
 $-15 \times 80 = 1200$
- CATEGORÍA SEMÁNTICA DE COMPARTIR EL RESULTADO.

6 Recibos de la luz

A 200 € cada uno.

¿ ?

Hay 15 vecinos.

Cada uno paga 80 € al año.

# PASO 5: Formular los cuatro problemas distintos posibles.

1. Una Comunidad de vecinos paga al año diversos recibos de 200 € cada uno. En ella viven 15 vecinos, y cada uno de ellos paga al año 80 €. ¿Cuántos recibos de la luz paga al año la Comunidad?
2. Una Comunidad de vecinos paga al año 6 recibos de la luz. En ella viven 15 vecinos, y cada uno de ellos paga al año 80 €. ¿A cuánto asciende el importe de cada uno de los recibos?
3. Una Comunidad de Vecinos paga al año 6 recibos de la luz de 200 € cada uno. Cada vecino paga anualmente 80 €. ¿Cuántos vecinos viven en la Comunidad?
4. Una Comunidad de Vecinos paga al año 6 recibos de la luz de 200 € cada uno. En esa Comunidad viven 15 vecinos. ¿Cuánto le corresponde pagar a cada uno de ellos al año?

# TEXTO CLÁSICO DE PROBLEMA DE DOS ETAPAS.

Una televisión y un vídeo valen 940 €. La televisión cuesta 600. ¿Cuántos billetes de 20 € son necesarios para comprar el vídeo?

# PASO 1: AVERIGUAR LA PREGUNTA OCULTA.

La pregunta oculta es :

¿Cuánto dinero vale el vídeo?

## PASO 2: DESCOMPONER EL PROBLEMA EN DOS PAEVs DE UNA ETAPA.

1. Una televisión y un vídeo valen 940 €. La televisión cuesta 600. ¿Cuánto vale el vídeo?
2. Un vídeo cuesta 340 € ¿Cuántos billetes de 20 € son necesarios para comprar el vídeo?



## PASO 3:

Representar ambos PAEVs en su estructura canónica.

600 € de la TV

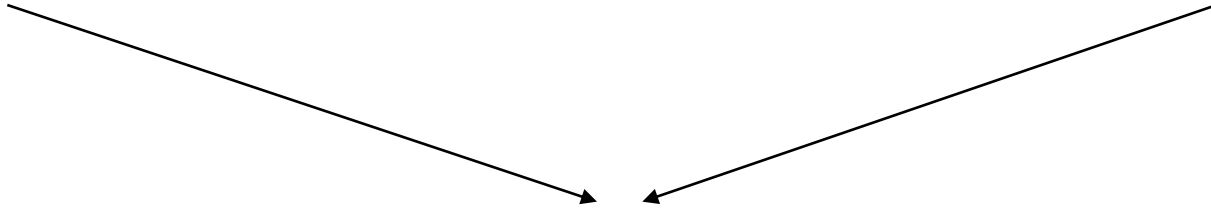
340 € del vídeo.

940 €

PROBLEMA N° 1. Una televisión y un vídeo valen 940 €. La televisión cuesta 600. ¿Cuánto vale el vídeo?

20 €

17 billetes de 20 €



340 €

PROBLEMA N° 2. Un vídeo cuesta 340 € ¿Cuántos billetes de 20 € son necesarios para comprar el vídeo?

## PASO 4: Establecer la Categoría Semántica a la que pertenece.

- Estructura sumativa nº 1.:  
 $-600 + 340 = 940$
- Estructura multiplicativa nº 2.  
 $-20 \times 17 = 340$
- CATEGORÍA SEMÁNTICA JERÁRQUICA.

20 €

17 BILLETES.

? ?

600 € TV

940 €

# PASO 5: Formular los cuatro problemas distintos posibles.

1. Una televisión y un vídeo valen 940 €. La televisión cuesta 600. He pagado el vídeo con 17 billetes, todos del mismo valor. ¿De qué importe son los billetes?
2. Una televisión y un vídeo valen 940 €. La televisión cuesta 600. ¿Cuántos billetes de 20 € son necesarios para comprar el vídeo?
3. Una televisión y un vídeo valen 940 €. Para comprar el vídeo he necesitado 17 billetes de 20 €. ¿Cuánto me ha costado la televisión?
4. Una televisión me ha costado 600 €. Por un vídeo he pagado 17 billetes de 20 €. ¿Cuánto me han costado ambos electrodomésticos?

# TEXTO CLÁSICO DE PROBLEMA DE DOS ETAPAS.

He pasado 15 días de vacaciones y me he gastado en total 900 €. Gastándome cada día lo mismo, ¿cuánto necesitaría para pasar 20 días?

# PASO 1: AVERIGUAR LA PREGUNTA OCULTA.

La pregunta oculta es :

¿Cuánto dinero me gasto en un día?



## PASO 2: DESCOMPONER EL PROBLEMA EN DOS PAEVs DE UNA ETAPA.

1. He pasado 15 días de vacaciones y me he gastado en total 900 €. ¿Cuántos € me gasto al día?
2. Si en vacaciones me gasto cada día 60 €, ¿cuánto necesitaría para pasar 20 días?

## PASO 3:

Representar ambos PAEVs en su estructura canónica.

15 días

60 € cada día.

900 €

PROBLEMA N° 1. He pasado 15 días de vacaciones y me he gastado en total 900 €. ¿Cuántos € me gasto al día?

60 €

20 días.

1200 €

PROBLEMA N° 2. Si en vacaciones me gasto cada día 60 €, ¿cuánto necesitaría para pasar 20 días?

## PASO 4: Establecer la Categoría Semántica a la que pertenece.

- Estructura multiplicativa nº 1:  
 $-60 \times 15 = 900$
- Estructura multiplicativa nº 2.  
 $-60 \times 20 = 1200$
- CATEGORÍA SEMÁNTICA DE COMPARTTIR LA PARTE.

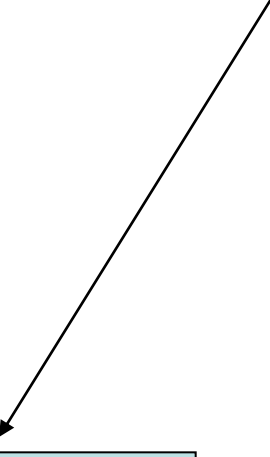
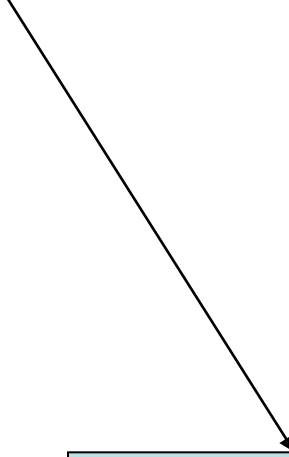
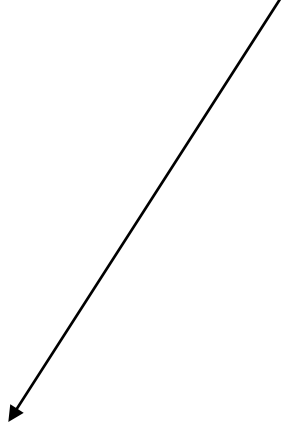
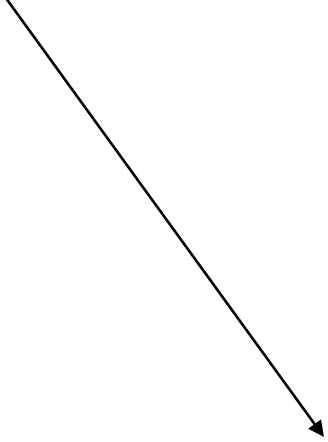
15 DÍAS

¿?

20 DÍAS

900 €

1200 €



# PASO 5: Formular los cuatro problemas distintos posibles.

1. He pasado 15 días de vacaciones y me he gastado en total 900 €. Gastándome cada día lo mismo, ¿cuánto necesitaría para pasar 20 días?
2. En vacaciones he gastado 1200 € en 20 días. ¿Cuántos días habría estado de vacaciones si me hubiera gastado en total 900 €?
3. En vacaciones he gastado 1200 € en 20 días. ¿Cuánto me gastaría en 15 días?
4. En vacaciones he gastado 900 € en 15 días. ¿Cuántos días podría haber estado de vacaciones con 1200 €?

# TEXTO CLÁSICO DE PROBLEMA DE DOS ETAPAS.

En el comedor del colegio comen 126 chicos y chicas. 42 no comen de postre mandarinas. En total se consumen 168 mandarinas. ¿Cuántas se han comido cada uno?



# PASO 1: AVERIGUAR LA PREGUNTA OCULTA.

La pregunta oculta es :

¿Cuánto chicos y chicas comen mandarinas?

## PASO 2: DESCOMPONER EL PROBLEMA EN DOS PAEVs DE UNA ETAPA.

1. En el comedor del colegio comen 126 chicos y chicas. 42 no comen de postre mandarinas. ¿Cuántos chicos y chicas comen mandarinas?
2. En el comedor del colegio hay 84 comensales que comen de postre mandarinas. En total se consumen 168. Si todos comen el mismo número, ¿cuántas se come cada uno?

## PASO 3:

Representar ambos PAEVs en su estructura canónica.

84 chicos que comen  
mandarinas

42 chicos que no las comen.

126 chicos y chicas

PROBLEMA N° 1 En el comedor del colegio comen 126 chicos y chicas.  
42 no comen de postre mandarinas. ¿Cuántos chicos y chicas comen  
mandarinas?

.

84 chicos y chicas

2 mandarinas cada uno.

168 mandarinas

PROBLEMA N° 2 En el comedor del colegio hay 84 comensales que comen de postre mandarinas. En total se consumen 168. Si todos comen el mismo número, ¿cuántas se come cada uno?

.

## PASO 4: Establecer la Categoría Semántica a la que pertenece.

- Estructura sumativa nº 1:

$$-84 + 42 = 126$$

- Estructura multiplicativa nº 2.

$$-84 \times 2 = 168$$

- CATEGORÍA SEMÁNTICA DE COMPARTIR LA PARTE.

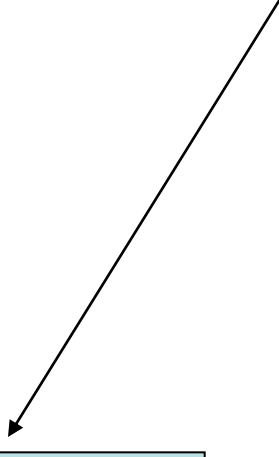
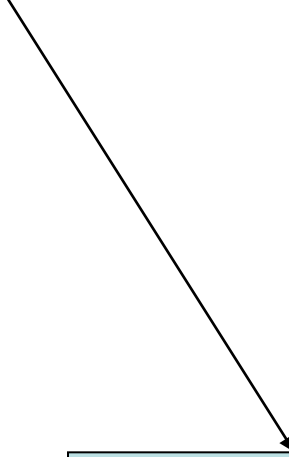
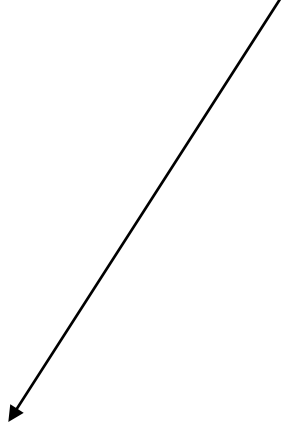
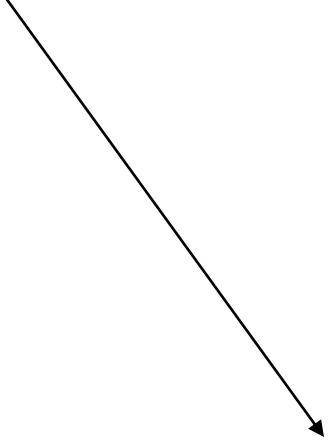
42 no comen

¿?

2 mandarinas c/u

126 os/as

168 mandarinas.



# TEXTO CLÁSICO DE PROBLEMA DE DOS ETAPAS.

1. En el comedor del colegio comen 126 chicos y chicas. 42 no comen de postre mandarinas y los demás sí. En total se consumen 168 mandarinas. ¿Cuántas se han comido cada uno?
2. En el comedor del colegio hay chicos que comen de postre mandarinas. Cada uno come 2, y comen entre todos 168 mandarinas. Si no comen postre 42 niños, ¿cuántos niños hay en el comedor?
3. En el comedor del colegio hay chicos que comen de postre mandarinas. Cada uno come 2, y comen entre todos 168 mandarinas. Si en el colegio hay 126 comensales, ¿cuántos no comen mandarinas?
4. En el comedor del colegio comen 126 chicos y chicas. 42 no comen de postre mandarinas y los demás sí. Si cada uno se come 2 mandarinas, ¿cuántas mandarinas se habrán comido en total?



# BIBLIOGRAFÍA DEL AUTOR.

- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao. Ciss-Praxis.
- Burgos Alonso, V., Martínez Montero, J., y Pérez González, J. (Diversas fechas). Pensamos y jugamos con los números. Boecillo. La Calesa. Colección de doce cuadernos de trabajo.
- Martínez Montero, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. (2ª edición). Madrid: Wolters Kluwer.